

Контрольная по функциональному анализу.

Дата: 29 октября 2020

Преподаватель: Полосин

Результат: ни на что не влияет (?)

1. Доказать, что непрерывные функции эквивалентны тогда и только тогда, когда они равны.
2. Пусть $\{r_k\}$ - занумерованные рациональные точки отрезка $[0, 1]$.
$$f_k(x) = \begin{cases} 1, & x = r_k \\ 0, & x \neq r_k \end{cases}$$
 Исследовать сходимость ряда $\sum_{k=1}^{\infty} f_k(x)$:
поточечную, по мере, равномерную. Сходится ли интеграл от суммы по Риману? По Лебегу?
3. Существует ли несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{1}{x} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$ в смысле Римана? В смысле Лебега?
4. Из каждой точки отрезка $[0, 1]$ провели отрезок положительной длины. Доказать, что сумма длин всех отрезков равна бесконечности.